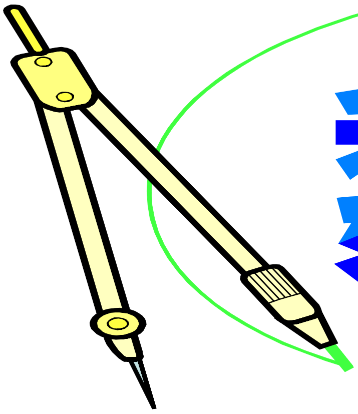
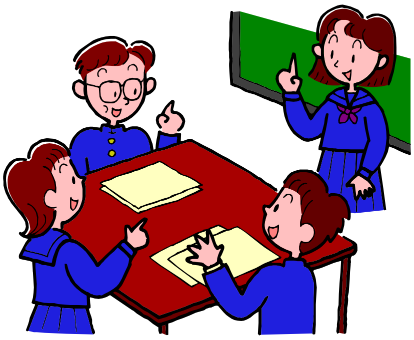
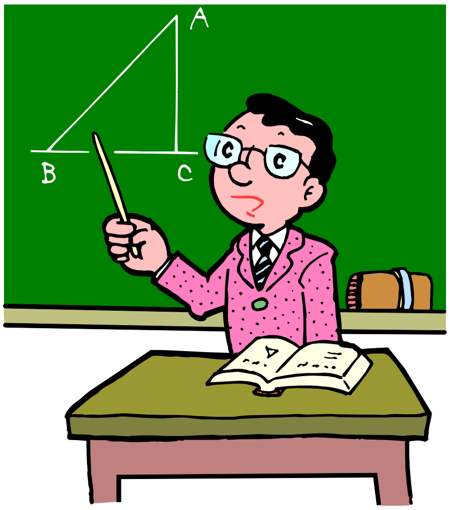
数学

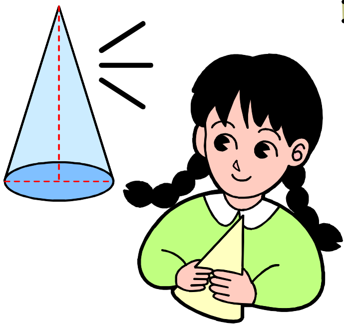


高校入試（過去 10 年分）

大問 $\boxed{5}$







学校名（　　　　　　　　　　　　　　　　）

（　）年（　）組（　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　）

目　　次

鹿児島県公立高等学校入学者選抜学力検査問題　$\boxed{5}$

平成 31 年度　・・・・・・1

平成 30 年度　・・・・・・4

平成 29 年度　・・・・・・6

平成 28 年度　・・・・・・8

平成 27 年度　・・・・・・10

平成 26 年度　・・・・・・12

平成 25 年度　・・・・・・14

平成 24 年度　・・・・・・16

平成 23 年度　・・・・・・18

平成 22 年度　・・・・・・20

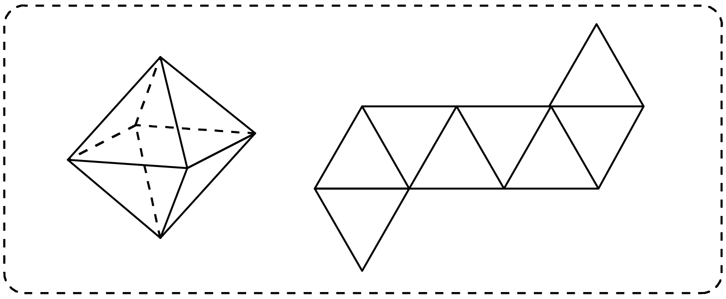
※　各年度の問題の右のページ（計算過程用紙）に考え方や計算過程などを書いてみましょう。考え方（思考過程）を書いてみることは，思考力，判断力，表現力を高めるためにはとても重要なことです。粘り強く取り組みましょう。

5　次の１，２の問いに答えなさい。

１　次の ア ～ オ に適当な数または番号を入れ，会話文を完成させよ。

先生：図１は，正八面体の見取図と展開図です。正八面体とは，どのような立体でしたか。

図１



生徒：8 個の合同な正三角形で囲まれた立体で，頂点が 6 個，辺が ア 本あります。

先生：そうですね。では，正八面体の体積を立方体を使って求めてみましょう。図２のように，立方体のそれぞれの面の対角線の交点をA , B , C , D , E , F とするとき，この 6 個の点を頂点とする正八面体ができます。このとき，四角形 AEFC , ABFD , BCDE は合同な正方形です。立方体を正方形 BCDE を含む平面で切った切り口は図３のようになり，正方形 BCDE の対角線の長さは，立方体の 1 辺の長さと等しいことが分かります。立方体の 1 辺の長さを 4 cm として正八面体 ABCDEF の体積を求めてみましょう。

図２

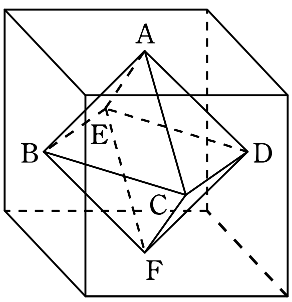
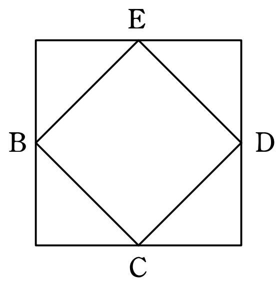


図３



生徒：正方形 BCDE の面積は イ cm^2 だから，正四角すい ABCDE の体積は ウ cm^3 です。この正四角すいの体積の 2 倍が正八面体の体積となります。

先生：立方体を使うと，体積が求めやすくなります。正八面体の特徴にもよく気がつきました。では，次の問題はどうでしょうか。

先生：図４の１辺の長さが６cmの正八面体において，点Bから辺AC，CD，DFを通って点Eまで，１本の糸をかけます。糸の長さが最も短くなるようにかけたときの，糸の長さは何cmか，図５の展開図を使って求めてみましょう。

図４

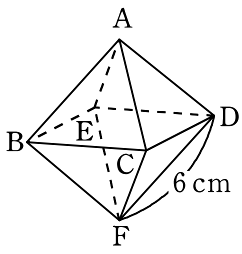
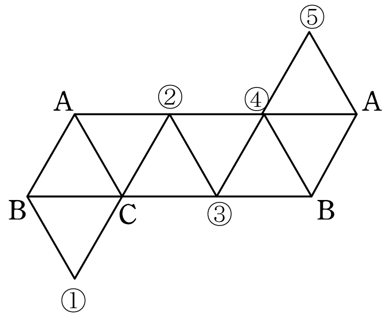


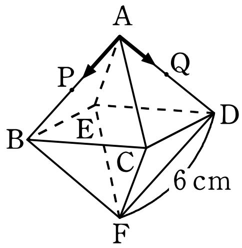
図５



生徒：図５の①～⑤の中で，点Eにあたる番号は，$\boxed{\text{エ}}$ です。かけた糸のようすを図５にかき入れて考えてみると，最も短くなるときの糸の長さは，$\boxed{\text{オ}}$ cmとなりました。

先生：そうですね。展開図にかき入れると，かけた糸のようすが分かりやすくなります。
最後は，正八面体の中に作られた立体の体積の変化の問題です。図６の1辺の長さが6cmの正八面体の辺上を，毎秒1cmの速さで6秒間だけ動く２点P，Qがあります。
２点P，Qは点Aを同時に出発し，点Pは辺AB上を点Bに向かって，点Qは辺AD上を点Dに向かって動きます。<u>三角すいCPFQの体積が正八面体ABCDEFの体積の$\frac{1}{6}$となるのは，２点P，Qが点Aを出発してから何秒後のことか，考えてみましょう。</u>

図６



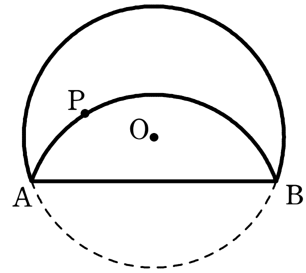
２　１の会話文中の下線部について，何秒後か求めよ。ただし，２点P，Qが点Aを出発してからt秒後のこととして，tについての方程式と計算過程も書くこと。

計算過程用紙

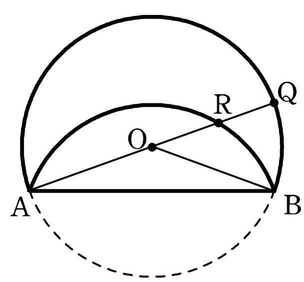
※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　平面上に円 O がある。円 O の周上に 2 点 A , B があり，弦 AB に関して円 O を折り返した。次の１，２の問いに答えなさい。

１　右の図のように，折り返した $\overset{\frown}{AB}$ 上に点 P をとる。$\overset{\frown}{AP}$ を円周の一部とする円 C を，定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，円 C の中心を示す点と文字 C も書き入れ，作図に用いた線も残しておくこと。



２　右の図のように，円 O の直径 AQ と，折り返した $\overset{\frown}{AB}$ との交点を R とする。 $\angle BAQ = 15°$, $AQ = 12$ cm であるとき，次の (1)～(3) の問いに答えよ。ただし，円周率は π とする。

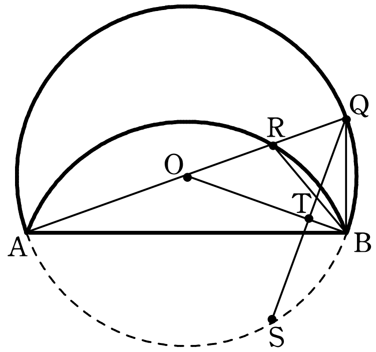


(1)　∠AOB の大きさは何度か。

(2)　$\overset{\frown}{BR}$ の長さは何 cm か。

(3)　「△RBQ の面積は何 cm² か」の問いに対する解答を，[　　] の中に途中まで示してある。 ア ～ エ を適当にうめ，解答を完成させよ。ただし， エ には △RBQ の面積を求める計算過程の続きを書くこと。

右の図のように，円 O を折り返す前の点 R の位置にある点を S とし，線分 OB と線分 QS の交点を T とする。
2 点 R と S は線分 AB に関して対称だから，AB ⊥ RS
AQ が円 O の直径より $\angle ABQ = 90°$
よって，RS $\boxed{ア}$ QB　…①

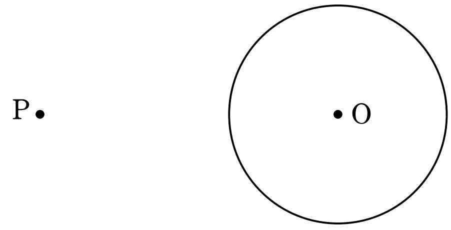


$\angle BAQ = \angle BAS$ より円周角が等しいから $\overset{\frown}{BQ} = \overset{\frown}{BS}$
これより，$\angle QAS = 30°$ となるから $\angle QOS = 60°$
さらに，OQ = OS だから，$\boxed{イ}$ は正三角形　…②
また，$\boxed{イ}$ において，　$\angle TOQ = \angle TOS = 30°$
よって，OB は線分 QS の垂直二等分線　…③
① より，△RBQ の面積は $\boxed{ウ}$ の面積と等しいから

エ 答 ＿＿＿＿＿＿ cm²

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　右の図のように，円 O の外部に点 P がある。点 P から円 O に 2 本の接線をひき，接点を A , B とする。次の１，２の問いに答えなさい。



１　点 P から円 O にひいた 2 本の接線を，定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，2 点 A , B の位置を示す文字 A , B も書き入れ，作図に用いた線は残しておくこと。

２　円 O の半径を 2 cm , OP＝4 cm とする。このとき，次の (1)〜(3) の問いに答えよ。

(1)　線分 PA の長さは何 cm か。

(2)　△PBA の面積は何 cm^2 か。

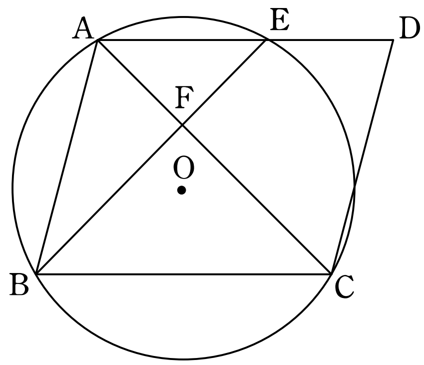
(3)　点 O を通り線分 AB に平行な直線を ℓ とする。直線 ℓ と接線 PA との交点を C，直線 ℓ と円 O との交点のうち，点 A に近い方の点を D とし，線分 PO と円 O との交点を E とする。線分 PC，CD , PE および点 A を含む $\overset{\frown}{DE}$ で囲まれた部分を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体 Q の体積は何 cm^3 か。ただし，はじめに立体 Q の体積を求める過程で，利用する立体の名称をすべて書け。なお，円周率は π とし，求め方や計算過程も書くこと。

計算過程用紙

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　右の**図１**は，平行四辺形 ABCD と，3 つの頂点 A , B , C を通る円 O である。辺 AD と円 O との交点を E , 対角線 AC と線分 BE との交点を F とする。 $\angle BAC = 60°$, $AC \perp BE$ であるとき，次の１～３の問いに答えなさい。

図１



１　$\angle ACD$ の大きさは何度か。

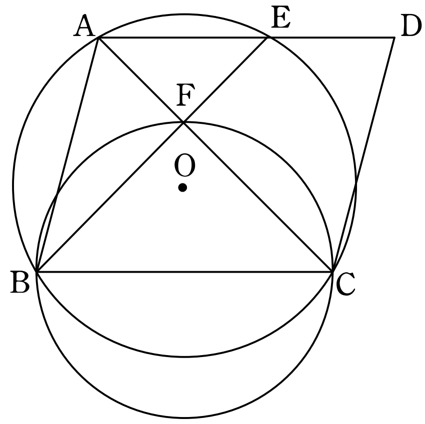
２　$\triangle BCF$ が直角二等辺三角形であることを証明せよ。

３　$BC = 2\sqrt{3}$ cm とする。次の (1) , (2) の問いに答えよ。

(1)　円 O の半径は何 cm か。

(2)　右の**図２**は，**図１**において 3 点 B , C , F を通る円をかいたものである。2 つの円が重なった部分の面積は何 cm^2 か。ただし，円周率は π とし，求め方や計算過程も書くこと。

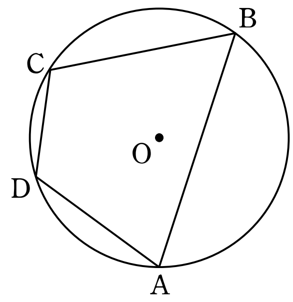
図２



計算過程用紙

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　右の図は，四角形 ABCD と，4 つの頂点 A , B , C , D を通る半径 4 cm の円 O である。点 A を通る円 O の接線を ℓ とする。次の１，２の問いに答えなさい。



１　接線 ℓ を定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，作図に用いた線は残しておくこと。

２　接線 ℓ 上に，点 A より右側に点 P をとる。
CB $/\!/$ ℓ , $\angle$PAB＝75°, $\angle$ABD＝45° のとき，次の (1) ～ (3) の問いに答えよ。

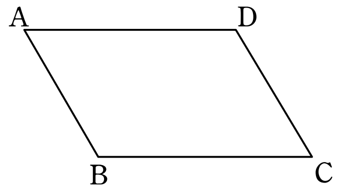
(1)　$\angle$CBD の大きさは何度か。

(2)　辺 AD の長さは何 cm か。

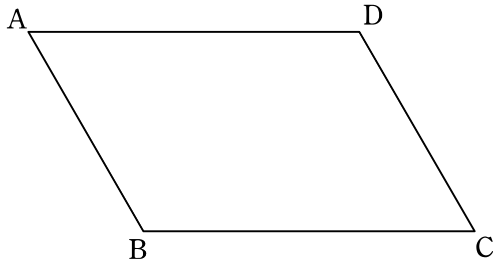
(3)　四角形 ABCD の面積は何 cm^2 か。ただし，求め方や計算過程も書くこと。

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　右の図は，平行四辺形 ABCD で， AB＝7 cm , AD＝10 cm, ∠ABC＝120° である。∠ABC の二等分線と辺 CD を D の方へ延長した直線との交点を E とする。このとき，次の１～３の問いに答えなさい。



１　点 E を定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，作図に用いた線は残しておくこと。



２　△BCE はどんな三角形か。最も適当なものを下の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えよ。また，そのように考えた理由を下の**語群**から 2 語以上用いて説明せよ。

ア　直角三角形　　**イ**　正三角形　　**ウ**　二等辺三角形　　**エ**　直角二等辺三角形

語群

平行線	二等分線	平行四辺形

３　辺 AD と線分 BE の交点を F とするとき，次の (1)，(2) の問いに答えよ。

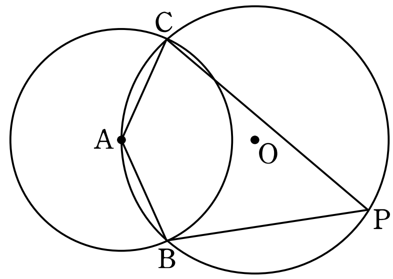
(1)　△DEF の面積を求めよ。

(2)　線分 BF を折り目として平行四辺形 ABCD を折り返し，頂点 C , D が移った点をそれぞれ P , Q とする。このとき，四角形 AFQP の面積は，△DEF の面積の何倍か。

計算過程用紙

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

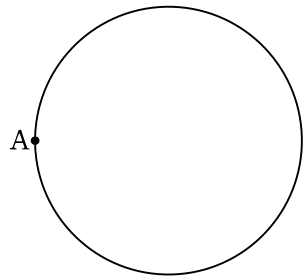
5 右の図は，円 O の周上の点 A を中心とする円 A が円 O と交わる 2 点を B , C とし，円 O の点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ 上に点 P をとり，四角形 ABPC をつくったものである。このとき，次の１～３の問いに答えなさい。



１　四角形 ABPC の対角線 BC をひいて ∠ABC＝27°となるとき，∠BPC の大きさは何度か。

２　円 A が円 O の中心 O を通るとき，次の (1), (2) の問いに答えよ。

(1)　円 O の中心 O と交点 B , C を，定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，中心 O と交点 B , C の位置を示す文字 O , B , C も書き入れ，作図に用いた線も残しておくこと。



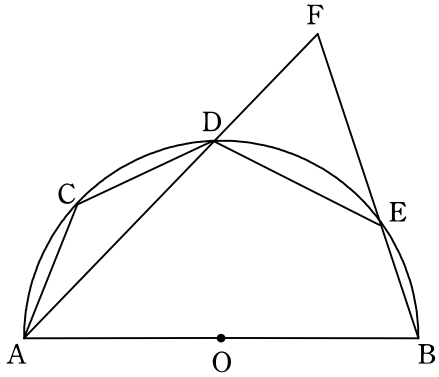
(2)　円 O の半径が 3 cm で，四角形 ABPC の面積が最大になるような位置に点 P をとるとき，四角形 ABPC の面積は何 cm^2 か。

３　AB : BP＝3 : 5 , AC : CP＝2 : 5 のとき，点 B を含まない $\overset{\frown}{PC}$ 上に PB＝PQ となる点 Q をとり，線分 AQ と線分 CP の交点を R とする。このとき， AR : RQ を最も簡単な整数の比で表せ。

計算過程用紙

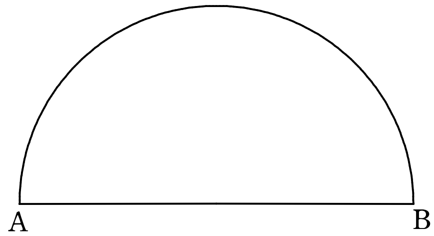
※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　右の図は，線分 AB を直径とし，点 O を中心とする半円の $\overset{\frown}{AB}$ 上に，2 点 A , B と異なり，互いに一致しない 3 点をとり，点 A に近い方から順に点 C , 点 D , 点 E としたものである。点 A と点 C，点 C と点 D , 点 D と点 E , 点 E と点 B をそれぞれ結び，2 直線 AD , BE の交点を F とする。このとき，次の１，２の問いに答えなさい。



１　$\angle AOD = 60^\circ$, $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD}$ となるように 2 点 C , D をとる。このとき，次の (1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　半円の中心 O と点 C を定規とコンパスを使って作図せよ。ただし，中心 O と点 C の位置を示す文字 O , C も書き入れ，作図に用いた線も残しておくこと。



(2)　$\angle ACD$ の大きさは何度か。

２　$AB = 2$ cm , $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{EB}$ のとき，次の (1)，(2) の問いに答えよ。

(1)　線分 FD の長さは何 cm か。

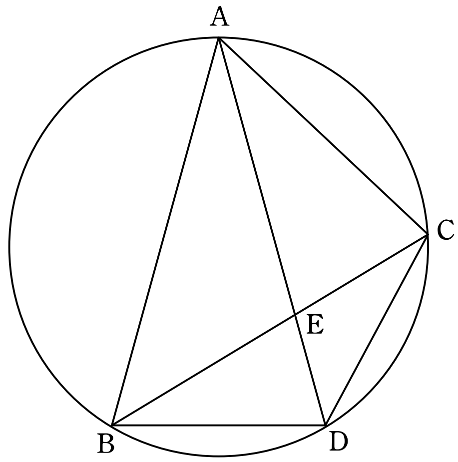
(2)　2 つの線分 FD , FE と $\overset{\frown}{DE}$ とで囲まれた部分の面積は何 cm^2 か。ただし，円周率は π とする。

計算過程用紙

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

$\boxed{5}$ 下の図は，△ABC と 3 つの頂点 A , B , C を通る円において，点 A をふくまない $\overset{\frown}{BC}$ 上に $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$ となるように点 D をとったものである。また，線分 AD と線分 BC の交点を E とし，点 B と点 D , 点 C と点 D をそれぞれ結んだものである。このとき，次の１～４の問いに答えなさい。

１　∠BAC＝62° のとき，∠CBD の大きさは何度か。



２　AB∥CD のとき，面積がつねに等しくなる 2 つの三角形の組がいくつかある。そのうちの 1 組をあげよ。

３　△ABD∽△AEC であることを証明せよ。

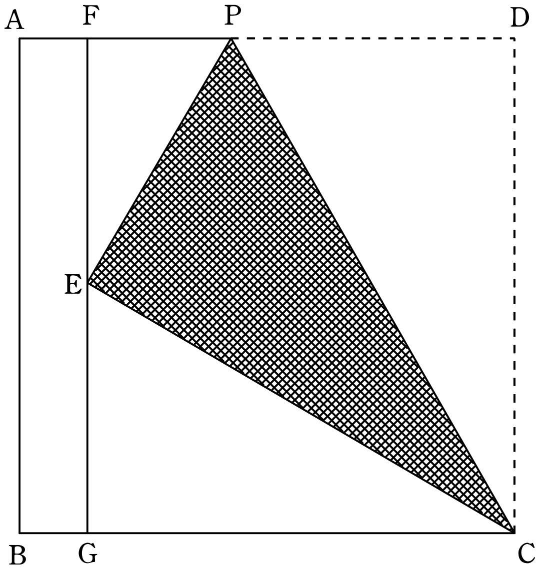
４　AB＝7 cm , AC＝5 cm , BD＝3 cm のとき，線分 AD の長さは何 cm か。

計算過程用紙

※　考え方や計算過程を書いてみよう。

5　下の図は，1 辺の長さが8 cm の正方形 ABCD において，辺 AD 上に 2 つの頂点 A , D と異なる点 P をとり，線分 CP を折り目として折り返し，頂点 D が移った点を E としたものである。

また，点 E を通り辺 AB と平行な直線と線分 AP , 辺 BC との交点をそれぞれ F , G としたものである。このとき，次の１～３の問いに答えなさい。



１　∠ECP＝28° のとき，∠ECG の大きさは何度か。

２　△EPF∽△CEG であることを証明せよ。

３　FE＝EG のとき，次の (1) , (2) の問いに答えよ。

(1)　線分 EP の長さは何 cm か。

(2)　点 P から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を I とする。点 I を通り四角形 ICPE の面積を 2 等分する直線と線分 EC , PC との交点をそれぞれ S , R とするとき，△ESR の面積は何 cm^2 か。

計算過程用紙

※　考え方や計算過程を書いてみよう。